

# Bootstrapping nonstationary time series

Citation for published version (APA):

Smeeke, S. (2009). *Bootstrapping nonstationary time series*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Universitaire Pers Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.20090702ss>

## Document status and date:

Published: 01/01/2009

## DOI:

[10.26481/dis.20090702ss](https://doi.org/10.26481/dis.20090702ss)

## Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

## Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

## General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.umlib.nl/taverne-license](http://www.umlib.nl/taverne-license)

## Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[repository@maastrichtuniversity.nl](mailto:repository@maastrichtuniversity.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Nederlandse samenvatting

De analyse van niet-stationaire tijdreeksen is een van de belangrijkste onderzoeksgebieden binnen de tijdreeks econometrie. Een tijdreeks is stationair als de eigenschappen van de tijdreeks niet veranderen over de tijd. Voor veel belangrijke (macro-)economische tijdreeksen geldt dit niet, omdat deze vaak bijvoorbeeld een trend of cyclisch gedrag vertonen. Tijdreeksen voor variabelen als het bruto binnenlands product, nationaal inkomen, inflatie, wisselkoersen en aandelenmarkten zijn niet stationair en kunnen beschreven worden aan de hand van een specifiek type niet-stationariteit. Voor deze reeksen geldt dat het verschil van het ene jaar ten opzichte van het vorige jaar, of hun groei ten opzichte van het vorige jaar, stationair is. Zulke tijdreeksen worden ook wel *geïntegreerde* tijdreeksen genoemd. Men zegt ook dat zulke reeksen een *eenheidswortel* bevatten.

Geïntegreerde tijdreeksen bevatten een trend die verantwoordelijk is voor het verloop van de reeks op lange termijn. Daarom is dit een natuurlijk concept om veel economische variabelen mee te beschrijven. De analyse van geïntegreerde tijdreeksen vergt andere technieken en methodes dan de analyse van “standaard” stationaire tijdreeksen. Een belangrijk concept in dit geheel is *coïntegratie*. Coïntegratie tussen twee tijdreeksen vindt plaats als de tijdreeksen dezelfde trend delen. Het gevolg hiervan is dat de reeksen met elkaar verbonden zijn op lange termijn, maar niet noodzakelijk op korte termijn. Dit soort verband tussen tijdreeksen is een uitstekende beschrijving van de verbanden tussen veel economische tijdreeksen, zoals bijvoorbeeld inkomen en consumptie. De Nobel Prijs voor de Economie die Clive Granger (samen met Robert Engle) in 2003 ontving voor zijn werk over de analyse van niet-stationaire tijdreeksen, onderstreept het belang van dit onderwerp voor de economische wetenschappen.

In dit proefschrift worden methodes bekeken voor het toetsen op eenheidswortels en coïntegratie. De bijdrage van het proefschrift ligt in de ontwikkeling en verbetering van methodes voor de analyse van niet-stationaire tijdreeksen door het gebruik van een andere statistische techniek dan die normaal gebruikt wordt. Deze techniek wordt de *bootstrap* genoemd, wat letterlijk laarzenstrop betekent. De naam is afgeleid van de Engelse uitdrukking “to pull one self up by his own bootstraps”, en uiteindelijk van de beroemde verhalen van Baron von Münchhausen,

die beweerde dat hij zichzelf uit een moeras omhoog trok aan zijn eigen laarzen.

De bootstrap kan gebruikt worden als alternatief voor standaard asymptotische statistische analyse. In asymptotische analyse wordt de onbekende verdeling van een toetsingsgrootte benaderd door de grootte van de steekproef naar oneindig te laten gaan. Op die manier kan men, vaak door middel van een vorm van de *centrale limietstelling*, de asymptotische verdeling van de toetsingsgrootte afleiden.

Het principe achter de bootstrap is dat de relatie tussen de (onbekende) populatie en de steekproef wordt benaderd door de relatie tussen de steekproef en nieuwe steekproeven die kunnen worden getrokken uit de oorspronkelijke steekproef. In principe beschouwt men de oorspronkelijke steekproef dan als de populatie, waaruit men door middel van trekken met terugleggen nieuwe steekproeven kan maken. De toetsingsgrootte waarin men geïnteresseerd is kan dan worden berekend voor elk van deze nieuwe steekproeven. Door dit voor een groot aantal nieuwe steekproeven te doen, kan men de *bootstrap verdeling* verkrijgen, waarmee de verdeling van de toetsingsgrootte benaderd kan worden. De bootstrap is echter niet altijd geldig, en daarom moet deze geldigheid eerst aangetoond worden voordat de bootstrap gebruikt kan worden.

De bootstrap heeft twee voordelen ten opzichte van asymptotische analyse. Ten eerste leidt de bootstrap verdeling, onder bepaalde voorwaarden, tot een preciezere benadering van de verdeling dan de asymptotische verdeling. Ten tweede kan de bootstrap gebruikt worden als de asymptotische verdeling niet gebruikt kan worden omdat deze afhangt van onbekende parameters. In dit geval is analyse door middel van de bootstrap robuuster dan asymptotische analyse. Beide punten worden in dit proefschrift benut.

De bootstrap is oorspronkelijk niet bedoeld voor de analyse van tijdreeksen. Er zit een logische structuur in een steekproef die is samengesteld uit waarnemingen in verschillende tijdsperiodes, en bovendien hangen de waarnemingen in opeenvolgende periodes vaak van elkaar af. Deze afhankelijkheid maakt het ongeldig om nieuwe steekproeven te trekken met terugleggen uit de originele steekproef. Er zijn echter varianten bedacht die geldig zijn voor tijdreeksen. De twee die in dit proefschrift (en ook algemeen het meest) gebruikt worden zijn de *block bootstrap* en *sieve bootstrap*. De block bootstrap methode trekt niet individuele waarnemingen met terugleggen, maar trekt blokken van opeenvolgende waarnemingen met terugleggen om de nieuwe steekproef te maken. In zo'n blok blijft de structuur van de tijdreeks behouden. De sieve bootstrap filtert de afhankelijkheid uit de tijdreeks door een autoregressief model van de afhankelijkheid te schatten. Op de residuen van dit model wordt dan de standaard bootstrap gebruikt. Door het model dan weer te gebruiken om de nieuwe steekproef te bouwen, wordt de afhankelijkheid behouden.

Beide methodes zijn echter ontworpen voor het gebruik met stationaire tijdreeksen, en kunnen niet rechtstreeks gebruikt worden voor de analyse van niet-stationaire tijdreeksen als die waarover dit proefschrift gaat. In dit proefschrift worden deze methodes zodanig aangepast dat ze gebruikt kunnen worden voor de analyse van tijdreeksen met eenheidswortels en cointegratie.

Hierin levert het proefschrift drie belangrijke bijdrages. Ten eerste, voor een aantal specifieke gevallen wordt de geldigheid van de bootstrap door middel van theoretische resultaten aangetoond. Ten tweede, de methodologie die in dit proefschrift toegepast wordt, creëert een algemeen kader waarin de bootstrap voor niet-stationaire tijdreeksen geanalyseerd kan worden. Ten derde, simulaties geven een beeld van de prestaties van de bootstrap methodes in kleine steekproeven. Deze bijdrages zijn niet alleen van belang voor theoretisch onderzoek, maar ook voor toegepast onderzoek, omdat dit proefschrift houvast en aanbevelingen bevat voor onderzoekers die deze methodes willen toepassen in de praktijk.

In Hoofdstuk 2 worden verschillende bootstrap methodes geanalyseerd die zijn ontworpen voor het toetsen op eenheidswortels. De toetsen verschillen op een aantal punten, en voor elk van deze verschillen wordt er bekeken welke mogelijkheden het best functioneren. Een van de conclusies is dat de sieve bootstrap over het algemeen te prefereren is boven de block bootstrap. Om deze reden wordt de sieve bootstrap gebruikt in Hoofdstuk 3 en 4, maar niet in Hoofdstuk 5 omdat deze conclusie niet geldig is in de opzet van dat hoofdstuk.

Hoofdstuk 3 bouwt verder op de resultaten van Hoofdstuk 2. Aan de hand van een van de toetsen die het best presteerde in Hoofdstuk 2 wordt bekeken hoe men het best kan omgaan met deterministische trends in toetsen voor eenheidswortels, en dan vooral in relatie tot de bootstrap. Dit aspect van de toetsen, dat in Hoofdstuk 2 buiten beschouwing werd gelaten, is erg belangrijk voor toepassingen in de praktijk aangezien veel economische tijdreeksen naast een eenheidswortel ook een deterministische trend bevatten. Aan de hand van zowel theoretische als simulatieresultaten wordt geanalyseerd hoe bootstrap toetsen het best ontworpen kunnen worden als deterministische trends aanwezig zijn.

Toetsen op cointegratie is het onderwerp van Hoofdstuk 4. In dit hoofdstuk wordt een sieve bootstrap toets op cointegratie ontwikkeld en de geldigheid van deze bootstrap toets wordt theoretisch aangetoond. Ook worden door middel van simulaties de eigenschappen van de toets in kleine steekproeven bekeken.

Toetsen op eenheidswortels is wederom het onderwerp van Hoofdstuk 5. Het verschil met de eerdere hoofdstukken is dat dit nu niet in een context van een enkele tijdreeks bekeken wordt, maar in de context van tijdreeksen voor meerdere eenheden, oftewel *panel data*. In dit hoofdstuk wordt aangetoond dat voor panel data, waar er zowel afhankelijkheid tussen de eenheden is als afhankelijkheid over de tijd, de block bootstrap methode de beste bootstrap techniek is. De geldigheid van de block bootstrap methode wordt theoretisch bewezen voor een groot aantal processen die afhankelijkheid in beide richtingen kunnen genereren, en aan de hand van simulaties worden de eigenschappen in kleine steekproeven geanalyseerd.

Hoofdstuk 6 bevat de conclusie van het proefschrift. De algemene conclusie van het proefschrift is dat voor de analyse van niet-stationaire tijdreeksen met eenheidswortels en cointegratie, bootstrap technieken over het algemeen beter werken dan asymptotische technieken en veel potentieel hebben. Het blijft echter wel uiterst belangrijk om de bootstrap zorgvuldig toe te passen en de geldigheid ervan aan te tonen.