

Loss and risk aversion in games and decisions

Citation for published version (APA):

Driesen, B. W. I. (2010). *Loss and risk aversion in games and decisions*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Universitaire Press Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.20100429bd>

Document status and date:

Published: 01/01/2010

DOI:

[10.26481/dis.20100429bd](https://doi.org/10.26481/dis.20100429bd)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Nederlandse Samenvatting

Dit proefschrift behandelt onderwerpen in de besliskunde, de speltheorie, en het raakvlak tussen deze beide vakgebieden. Het onderdeel van de besliskunde dat we beschouwen in deze tekst, *beslissen onder onzekerheid*, onderzoekt hoe individuen beslissingen en keuzes maken in een onzekere wereld, en hoe deze worden beïnvloed door de gedragssamenstelling van degenen die de beslissing neemt. Dit wordt misschien best geïllustreerd door het klassieke voorbeeld van Bernoulli (1738), die de vraag stelde tegen welke prijs men een lot uit de loterij dient te verkopen dat met gelijke kans € 20.000 of € 0 oplevert. Dat wil zeggen, welk zeker geldbedrag zou de bezitter van een dergelijk lot als een passende vergoeding beschouwen voor de kans € 20.000 te winnen, en het risico met niets te eindigen. Uiteraard verandert het probleem als we niet langer met zekerheid weten met welke kans de lotto wordt gewonnen, of wanneer men niet de verkoper is van zo'n lot, maar de koper.

Dagelijks nemen wij ontelbare beslissingen, zowel kleine als grote. Doe ik er goed aan mij te verzekeren tegen fietsdiefstal? Moet ik de auto nemen naar mijn werk, in de wetenschap dat de fiets trager is, maar veiliger? Moet ik vandaag stoppen met roken, wetende dat dit mij kan behoeden voor potentiële gezondheidsproblemen in de toekomst? Door het onderzoeken van problemen zoals dit van Bernoulli, tracht de besliskunde de systemen aan het licht te brengen die aan onze beslissingen ten grondslag liggen. Zij bezet dan ook een belangrijke plaats in verschillende humane wetenschappen, zoals daar zijn psychologie, sociologie, en economie.

Beslissen onder onzekerheid beperkt zich tot het onderzoeken van keuzeproblemen van geïsoleerde individuen, en gaat derhalve voorbij aan de

interactie die inherent is aan het economisch handelen. De uitkomst van de beslissingen die een agent neemt hangt niet enkel af van welke staat van de wereld gerealiseerd wordt, maar tevens van de beslissingen genomen door één of meerdere andere agenten die geconfronteerd worden met exact hetzelfde hetzelfde probleem, zijnde het maken van de optimale keuze in de wetenschap dat de uitkomst afhangt van de combinatie van alle gespeelde strategieën, zowel die van de anderen als die van henzelf. Dergelijke strategische interacties worden bestudeerd in de *speltheorie*.

Hoewel speltheorie een toepassing vindt in vele wetenschappelijke disciplines, zijn er slechts weinig waarin zij een zo prominente plaats inneemt als in economie. Op een paar losstaande uitzonderingen na, is het gebruik van speltheorie in de economie begonnen met de publicatie van von Neumann en Morgenstern's boek *Theory of Games and Economic Behavior*. Hier bekomen zij een hoogst elegante integratie van de besliskundige principes van Bernoulli met de speltheoretische concepten die op dat moment in voege waren. De theorie van verwacht nut die zij hiervoor aanwendden, bleef evenwel niet lang zonder kritiek. Reeds in de jaren 50 leidde Allais een experiment waarmee werd aangetoond dat individuen keuzes maken die hiermee niet verenigbaar zijn. Over de jaren heen doken er meer en meer paradoxen en puzzels op die de theorie van verwacht nut in vraag zouden stellen; de nood aan een alternatief beslismodel drong zich op.

Een belangrijk alternatief model – genaamd *prospecttheorie* – werd ontwikkeld door Kahneman en Tversky (1979). Zij behielden de basis van het verwacht nutsmodel, maar verrijkten dit met een aantal gedragskenmerken, waaronder *verliesaversie*. Verliesaversie is gebaseerd op het idee dat bij het nemen van beslissingen, een mogelijk verlies in het algemeen zwaarder doorweegt dan een potentiële winst van dezelfde grootte. Als we weten dat Kahneman en Tversky's beslismodel dergelijke besliskundige eigenaardigheden in acht neemt, hoeft het niet te verbazen dat het significant beter doet dan haar verwacht nutstegenhanger. Dit succes voor individuele beslissingen voedt het vermoeden dat het invoeren van (elementen van) prospecttheorie in de speltheorie op eenzelfde manier zal leiden tot betere modellen voor strategische interacties. We trachten in dit proefschrift een licht te werpen op het effect van verliesaversie op enkele bekende resultaten uit de speltheorie.

Verliesaversie wordt gemodelleerd met de simpele transformatie van Shalev (2000). Shalev nam aan dat elke speler een bepaald nutsniveau r in gedachten heeft – een verwachting of een vooraf gesteld doel – dat zijn hele

spectrum van nutsuitkomsten opsplijst in winsten en verliezen. Dit nutsniveau wordt ook het *referentiepunt* van deze speler genoemd. Tversky en Kahneman (1981) gaven al aan dat elke nutsuitkomst x kan uitgedrukt worden als een afwijking van dit referentiepunt: $x = r + (x - r)$. Kahneman en Tversky's (1979) stelling dat negatieve afwijkingen ($x - r < 0$) belangrijker zijn dan positieve ($x - r \geq 0$), werd door Shalev gemodelleerd met de elegante transformatie

$$U(x) = \begin{cases} r + (x - r) & \text{if } x - r \geq 0, \\ r + (1 + \lambda) \cdot (x - r) & \text{if } x - r < 0, \end{cases}$$

waar de positieve parameter λ – de *verliesaversiecoëfficiënt* – een maat is voor hoe negatief de agent precies staat tegenover verliezen. Om de effecten van verliesaversie op de uitkomst van strategische interacties vast te stellen, hoeven we in principe slechts de mogelijke uitbetalingen van de spelers te *corrigeren* met Shalevs transformatie. Dit gaat echter voorbij aan het feit dat we de referentiepunten van de spelers niet kennen. Het is duidelijk dat deze de uitkomst van een spel beïnvloeden. Het omgekeerde is echter eveneens waar: welke uitbetalingen een individuele speler als verlies zal beschouwen, en welke als winst, hangt af van hoe deze speler verwacht dat het spel gespeeld zal worden, en dus welke uitbetaling hij denkt te kunnen realiseren. Het besluit dat wij hieruit trekken is dat een correcte integratie van verliesaversie in speltheorie vereist dat het bepalen van spelers' referentiepunten deel uitmaakt van het evenwichtsconcept waarmee het spel wordt gespeeld.

In hoofdstuk 2 onderzoeken we wat dit betekent voor het onderhandelingsspel van Rubinstein (1982) waarin twee spelers een akkoord moeten bereiken over de verdeling van een perfect verdeelbaar goed. De onderhandeling bestaat erin dat ze mekaar om de beurt een voorstel doen, totdat één van de twee akkoord gaat met het aanbod van de ander. Daarop wordt de afgesproken verdeling geïmplementeerd. Een aanbod afslaan leidt met een kleine kans tot het doodlopen, en dus eindigen van de onderhandelingen; in deze situatie krijgen beide spelers niets. Rubinstein toonde aan dat dit spel een uniek Subgame Perfect Evenwicht (SPE) heeft. In dit proefschrift wordt de spelsituatie uitgebreid met de aanname dat beide spelers verliesavers zijn, en dat ieders referentiepunt gelijk is aan het hoogste bod van zijn tegenspeler dat hij in het verleden afgewezen heeft. In dit uitgebreid spel construeren wij een SPE dat we bovendien karakteriseren

door drie eigenschappen die het gemeen heeft met Rubinsteins verliesneutrale evenwicht. Hoewel een dergelijke karakterisering niet uitsluit dat het spel met verliesaverse spelers nog andere evenwichten heeft, kunnen we wel besluiten dat ons evenwicht het enige is dat gelijkaardig is aan dat van Rubinstein. Het is welbekend dat Rubinsteins evenwicht in de Nash onderhandelingsoplossingsuitkomst resulteert, als we de kans op het doodlopen van de onderhandelingen na het afwijzen van een voorstel, naar nul laten convergeren. Wij tonen aan dat het SPE in het spel met verliesaverse spelers op een gelijkaardige manier leidt tot een asymmetrische Nash onderhandelingsoplossingsuitkomst, waarin de sterkte van een spelers onderhandelingspositie invers gerelateerd is aan zijn eigen verliesaversiecoëfficiënt, en positief aan die van zijn tegenstander.

Hoofdstuk 3 onderzoekt de effecten van verliesaversie in axiomatische onderhandelingstheorie. Centraal in deze theorie staat Nash' (1950a) onderhandelingsprobleem. Onderhandelaars dienen samen een akkoord te bereiken over één welbepaald element uit een verzameling van mogelijke uitkomsten, in de wetenschap dat het niet eens raken een uitkomst oplevert die slecht is voor hen allemaal. We nemen aan dat spelers verliesavers zijn, en passen Shalevs (2002) methode van *zelfonderhoud* toe. Als alle verliesaverse spelers, gegeven een bepaalde onderhandelingsoplossing, vooraf een bepaalde uitbetaling verwachten, en de uitkomst die ze uiteindelijk realiseren *gegeven die verwachting* is exact gelijk aan die verwachting, dan zeggen we dat deze uitkomst zichzelf onderhoudt voor die welbepaalde onderhandelingsoplossing. Wij tonen aan dat een onderhandelingsprobleem juist één uitkomst heeft die zichzelf onderhoudt onder de Kalai-Smorodinsky onderhandelingsoplossing. Verder definiëren we een klasse van onderhandelingsoplossingen die deze unieke uitkomst implementeert. Deze oplossingsklasse wordt gekarakteriseerd door een drietal standaardaxioma's uit de onderhandelingsliteratuur, en een nieuw axioma dat in dit proefschrift wordt gedefinieerd.

In hoofdstuk 4 bestuderen we drie verschillende *verliesaversie* evenwichten in bimatrispelen. Een *verliesaversie* evenwicht is een Nash evenwicht van een spel waarin beide spelers verliesavers zijn, en waarin hun referentiepunten endogeen zijn aan de evenwichtsberekening. Het eerste evenwicht dat we beschouwen is Shalevs (2000) 'fixed point' verliesaversie evenwicht, waarin het referentiepunt van elke speler exact afhangt van het strategieprofiel dat hij gelooft dat zijn tegenstander zal spelen. Bij het tweede type evenwicht dat we beschouwen, het *maximin evenwicht*, hangt het refer-

entiepunt slechts af van de *draggers* van de evenwichtsstrategie van de tegenstander, en niet langer van de precieze kansen. In het derde evenwichtskoncept, *veiligheidswaarde*-evenwichten, wordt de *waarde* van de eigen uitbetalingsmatrix als referentiepunt genomen. Shalev toonde reeds aan dat er steeds een fixed-point verliesaversie-evenwicht bestaat. Wij tonen het algemene bestaan van maximin-evenwichten aan in $m \times 2$ - en $2 \times n$ -spelen; met een voorbeeld laten we zien dat dit niet voor algemenere bimatrixspelen geldt. We bewijzen tevens het algemene bestaan van veiligheidswaarde-evenwichten. Het hoofdstuk wordt afgesloten met een comparative statics analyse. We leiden een conditie af onder de welke verliesaversie van de tegenstander een goede zaak is.

Hoofdstuk 5 gaat over aversie voor risico en ambiguïteit. Het is welbekend dat het model van verwacht nut de mate van risico-aversie van een agent gelijk stelt aan de concaviteit van zijn nutsfunctie. Hier introduceren we een nieuwe techniek die toelaat de concaviteit van verschillende nutsfuncties – en dus risico-attitudes – met elkaar te vergelijken met slechts een beperkte kennis van kansen of staten van de wereld. Deze techniek, de preferentiemiddelpuntstechniek, is gebaseerd op een discrete versie van *marginal rates of substitution*, een welbekend concept uit de consumententheorie. Hoewel de preferentiemiddelpuntstechniek wiskundig gezien vrij elementair is, veralgemeent zij niettemin een aantal klassieke resultaten over beslissen onder onzekerheid. Daar het misschien niet helemaal geloofwaardig is dat we risico-attitudes kunnen bestuderen met een slechts zeer beperkte aandacht voor kansen of staten van de wereld, werpt deze techniek tevens een nieuw licht op de descriptieve waarde van nut voor het modelleren van risico- en ambiguïteitsattitudes.

Het proefschrift besluit met een zuiver speltheoretisch resultaat dat in principe los staat van risico- en verliesaversie. Om precies te zijn, we leveren een alternatief bewijs voor het welgekende resultaat dat tweepersoons nulsomspelen gekenmerkt worden door de *Fictitious Play-eigenschap*. Fictitious Play is een leerproces dat behoort tot de literatuur die het Nash evenwichtskoncept tracht te rechtvaardigen middels het argument dat begrensd rationele spelers evenwichtsstrategieën kunnen leren spelen. Spelers spelen op ieder moment hun optimale strategieën, gegeven de empirische strategie van de tegenstanders. Als met deze procedure het empirisch strategieprofiel voor een bepaald spel naar een Nash evenwicht convergeert, ongeacht de startcondities, dan zeggen we dat dit spel de Fictitious Play eigenschap heeft. Robinson (1951) toonde reeds aan dat het discrete Fictitious Play

proces in nulsomspelen naar een Nash evenwicht convergeert. Dat dit ook geldt voor het *continue* Fictitious Play proces is reeds geweten sinds het werk van Brown (1949). Op een rigoureuus bewijs was het echter wachten tot eind jaren negentig (Harris 1998). Wij leveren een alternatief bewijs voor dit resultaat, dat zowel korter als gemakkelijker is dan dit van Harris.