

Approximation Algorithms in Allocation, Scheduling and Pricing

Citation for published version (APA):

Oosterwijk, T. (2018). *Approximation Algorithms in Allocation, Scheduling and Pricing*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Universitaire Pers Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.20180119to>

Document status and date:

Published: 01/01/2018

DOI:

[10.26481/dis.20180119to](https://doi.org/10.26481/dis.20180119to)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

NEDERLANDSE SAMENVATTING

In dit proefschrift worden vier optimalisatieproblemen bekeken die voortkomen uit de onderzoeksgebieden van algoritmische speltheorie, planning en mechanisme-ontwerptheorie.

Voor elk van de vier problemen laten we zien dat het waarschijnlijk niet mogelijk is om efficiënt een optimale oplossing hiervoor te vinden. Om iets nauwkeuriger te zijn bewijzen we, onder bepaalde aannames die een groot deel van de wetenschappers waarschijnlijk acht, maar nog niemand aan heeft kunnen tonen, dat een optimale oplossing voor deze problemen niet gevonden kan worden binnen een bepaalde tijd. Derhalve wordt er vaak gekeken naar de complexiteit van het vinden van oplossingen die wellicht niet optimaal zijn, maar wel in korte tijd berekend kunnen worden. Methoden die dergelijke bijna-optimale oplossingen trachten te vinden, heten *benaderingsalgoritmen*. Voor elk van de vier problemen in dit proefschrift vinden wij een benaderingsalgoritme die (bijna) net zo goed of zo snel is als waar we theoretisch gezien op kunnen hopen.

Bij problemen in de tak van speltheorie wordt rekening gehouden met het natuurlijke gedrag van mensen. Beschouw ter illustratie een verkeersnetwerk waar mensen zich in bevinden. Iedere chauffeur kiest een route waarvan hij of zij denkt dat deze de beste route voor hem of haar is, bijvoorbeeld de kortste route qua verwachte tijd. Een stabiele situatie waarin iedere speler de keuze maakt die voor hem of haar het beste is, gegeven de andere weggebruikers, noemen we een *Nash-evenwicht*. Een dergelijk Nash-evenwicht functioneert in theoretisch onderzoek als indicator voor situaties die in de praktijk voorkomen. Door deze egoïstische keuzes van mensen zijn de totale kosten van het systeem hoger dan noodzakelijk; als we mensen centraal aan zouden kunnen sturen hoe ze zich door het netwerk dienen te begeven, zouden we kunnen werken naar een situatie waarin bijvoorbeeld de totale reistijd of het totale brandstofverbruik lager is, of zelfs minimaal.

In [Hoofdstuk 2](#) bekijken we een benaderingsalgoritme om deze totale kosten zo laag mogelijk te houden als het netwerk aan bepaalde voorwaarden voldoet. We beschouwen daar een opstopingsmodel voor netwerken waarin de kosten voor iedere connectie omhoog gaan naarmate er zich

meer gebruikers op die connectie bevinden, net zoals in een verkeersmodel. Specifiek wordt er gekeken naar netwerken waarin iedere gebruiker een strategie moet kiezen die beschreven kan worden door middel van een polymatroïde, wat een abstracte wiskundige structuur is met vele toepassingen. Op deze manier kunnen we verscheidene praktijkproblemen die ogenschijnlijk weinig met elkaar te maken hebben, in één keer behandelen. We bewijzen dat het waarschijnlijk niet mogelijk is om efficiënt een oplossing te vinden die maximaal een bepaalde factor slechter is dan de optimale oplossing, en zetten een concrete methode uiteen die een oplossing van die best mogelijke kwaliteit vindt.

In het gebied van planning is de doelstelling in het algemeen om taken zo goed mogelijk op machines te plannen. Men kan bijvoorbeeld zoeken naar methoden die ervoor zorgen dat de taken zo snel mogelijk afgerond zijn, of zo goedkoop mogelijk worden uitgevoerd.

In [Hoofdstuk 3](#) bekijken we een dergelijk planningsprobleem. We beschouwen het probleem waarin een aantal producten op één machine geproduceerd dient te worden. De machine kan slechts één product tegelijkertijd verwerken. Van elk product is bekend hoeveel er per tijdseenheid geproduceerd kan worden, hoeveel vraag er naar het product is per tijdseenheid en hoeveel het per tijdseenheid kost om één eenheid op te slaan in de voorraad. Naast deze voorraadkosten dienen er overstapkosten te worden betaald wanneer de machine overschakelt van de productie van het ene product naar het andere product. Het doel is om een zo goedkoop mogelijke cyclische planning te maken waarin op elk moment aan de vraag van alle producten voldaan wordt. We beschouwen bovendien drie mogelijke varianten, afhankelijk van de vraag of de machine altijd op volle snelheid moet produceren of de productiesnelheid verlaagd kan worden, en van de vraag of de machine op elk moment kan overschakelen van productie of alleen aan het einde van een tijdseenheid (bijvoorbeeld alleen 's nachts). Dit probleem is op grond van twee redenen extra moeilijk. Niet alleen leiden de overstapkosten tot een verhoogde complexiteit, bovendien is het mogelijk om een instantie van dit probleem zeer bondig te formuleren, wat tot gevolg heeft dat efficiënte algoritmen significant minder tijd tot hun beschikking hebben om een oplossing te vinden. Dit laatste staat bekend als *hoge-multipliciteitscodering*.

Ook voor dit probleem bewijzen we dat efficiënt een optimale oplossing vinden waarschijnlijk onmogelijk is. Daarentegen karakteriseren we optimale oplossingen grotendeels door een aantal structurele eigenschappen

van optimale oplossingen aan te tonen, en vinden we optimale oplossingen voor situaties waarin het aantal producten laag is. Aangezien dit laatste het voornaamste geval is bij situaties waarin dit probleem zich in de praktijk manifesteert, is dit een redelijke aanname. Vervolgens vinden we voor twee varianten met een algemeen aantal producten een benaderingsalgoritme. Voor één variant kan een oplossing worden gevonden met een kwaliteit die arbitrair dicht bij de optimale waarde ligt, voor de andere variant is de kloof niet arbitrair klein.

Hoofdstuk 4 behandelt ook een planningsprobleem, weliswaar van een heel andere aard. In dit planningsprobleem zijn er een aantal taken gegeven, en elke taak heeft bepaalde eigenschappen. Men zou bijvoorbeeld kunnen denken aan taken die gepland moeten worden op computers, en elke taak heeft vereisten aan het CPU-gebruik, het RAM-gebruik et cetera. Het doel is om deze verzameling taken te verdelen over een reeks computers, zodanig dat geen enkele computer in enig aspect overbelast raakt.

Voor dit probleem geven we, onder bepaalde waarschijnlijk geachte theoretische aannames, een harde ondergrens aan de rekentijd die een benaderingsalgoritme nodig heeft om een oplossing te geven die arbitrair dicht bij de optimale oplossing ligt: deze tijd is namelijk minimaal dubbel exponentieel. Bovendien tonen we aan dat de toevoeging van een klein aantal computers deze minimaal benodigde rekentijd niet significant vermindert. Dit staat in schril contrast met een flink aantal optimalisatieproblemen waarbij een vermeerdering van de bruikbare bronnen wel een beduidende reductie in rekentijd of stijging in kwaliteit teweegbrengt. Ten slotte geven we een benaderingsalgoritme die een rekentijd behoeft die nagenoeg gelijk is aan de rekentijd van de dubbel exponentiële ondergrens, wat derhalve een vrijwel optimale rekentijd bedraagt.

Ten slotte bekijkt **Hoofdstuk 5** twee schijnbaar ongerelateerde problemen, waarvoor met dezelfde technieken corresponderende resultaten kunnen worden geboekt. Het eerste probleem komt uit de theorie van optimaal stoppen, waarin aan een gokker één voor één een realisatie van stochastische variabelen wordt gepresenteerd. Ter illustratie, neem een P&O-manager die een nieuwe werknemer aan wil nemen. Voorafgaand aan elk sollicitatiegesprek heeft de P&O-manager wel een idee van de kwaliteit van de kandidaat, maar diens daadwerkelijke kwaliteit openbaart zich pas tijdens het sollicitatiegesprek. Direct daarna dient de P&O-manager de betreffende kandidaat aan te nemen, of onherroepelijk af te wijzen. Welke strategie dient hij of zij te gebruiken in de hoop iemand met een zo hoog

mogelijke kwaliteit in dienst te nemen? Hierin onderscheiden we een niet-adaptieve en een adaptieve strategie. In de eerste wordt a priori een drempelwaarde voor elke kandidaat geselecteerd en hij of zij wordt aangenomen indien de gebleken kwaliteit deze drempelwaarde overschrijdt. In de adaptieve strategie kan de drempelwaarde voor elke kandidaat worden aangepast op basis van welke kandidaten er voor hem of haar reeds afgewezen zijn.

Het tweede probleem komt uit de mechanisme-ontwerptheorie. Stel dat je één object wilt verkopen aan een koper uit een groep potentiële consumenten met als doel je omzet te maximaliseren. Je kunt gebruikmaken van een niet-adaptieve strategie door iedere potentiële consument een mail te sturen met een persoonlijke prijsaanbieding, en de eerste consument die zijn of haar persoonlijke prijs accepteert, koopt je object voor de geboden prijs. Anderzijds kun je gebruikmaken van een adaptieve strategie waarbij je de potentiële consumenten iteratief benadert en de prijs die je iemand aanbiedt mag afhangen van welke consumenten hun aanbod daarvoor al afgewezen hebben.

Voor beide problemen bewijzen we dat er een niet-adaptieve strategie bestaat die een kwaliteit of omzet kan garanderen van ten minste $1 - 1/e \approx 63\%$ van de best mogelijke kwaliteit of omzet. Als we daarentegen meer kracht geven aan onze strategie door deze gebruik te laten maken van adaptiviteit, loopt deze garantie op tot ongeveer 74.5% van de optimale kwaliteit of omzet. Binnen beide contexten is de gevonden strategie bovendien het best haalbare: we tonen aan dat het met de gegeven mogelijkheden van de strategieën onmogelijk is om een betere garantie te geven.