

Computation and selection of equilibria in noncooperative games

Citation for published version (APA):

Peeters, R. J. A. P. (2002). *Computation and selection of equilibria in noncooperative games*. Universiteit Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.20020621rp>

Document status and date:

Published: 01/01/2002

DOI:

[10.26481/dis.20020621rp](https://doi.org/10.26481/dis.20020621rp)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Samenvatting

Speltheorie houdt zich bezig met het modelleren en oplossen van conflictsituaties. Van oudsher wordt onderscheid gemaakt tussen twee takken binnen de speltheorie: de coöperatieve speltheorie en de niet-coöperatieve speltheorie. De coöperatieve speltheorie bestudeert situaties waarin de betrokken spelers tot bindende afspraken kunnen komen. De niet-coöperatieve speltheorie bestudeert situaties waarin dit niet het geval is. Dit proefschrift richt zich enkel op de tweede tak.

In de niet-coöperatieve speltheorie, die de strategische interactie tussen verschillende spelers bestudeert, gaat de aandacht veelal uit naar het evenwichtsconcept van John Nash. In een Nash evenwichtssituatie gedragen alle spelers zich optimaal, gegeven het gedrag van de overige spelers en gegeven dat het gedrag van alle individuele spelers simultaan uitvoerbaar is. Geen enkele speler zal dus zijn situatie kunnen verbeteren door af te wijken van de actie die hij speelt in de evenwichtssituatie.

In niet-coöperatieve speltheoretische modellen wordt expliciet gemodelleerd dat spelers in hun overwegingen meenemen hoe andere spelers op hun gedrag zullen reageren. In veel van dergelijke modellen zijn meerdere evenwichten mogelijk, die zeer verschillende eigenschappen kunnen hebben. Dit wordt het probleem van multipliciteit van evenwichten genoemd. Ter oplossing van het probleem van multipliciteit zijn er allerlei verfijningen van het Nash evenwichtsconcept geïntroduceerd. Een verfijning legt doorgaans additionele eisen op aan een evenwicht en sluit op deze manier bepaalde evenwichten uit.

De niet-coöperatieve speltheorie kent zowel statische spelen als dynamische spelen. Een statisch spel is een spel dat zich op één tijdstip afspeelt: alle spelers maken een keuze en afhankelijk van de gemaakte keuzes vindt een uitbetaling aan iedere speler plaats. In een dynamisch spel moet er op meerdere tijdstippen een beslissing genomen worden. Belangrijk in zulke spelen zijn de informatie die een speler heeft over eerder genomen acties, de duur van het spel, en de wijze waarop de uitbetalingen gedefinieerd zijn.

Een succesvolle toepassing van de speltheorie op problemen waarin conflictsituaties voorkomen, wordt vaak belemmerd doordat aanwezige dynamiek de problemen al snel te complex maakt om analytisch (met de hand) te benaderen. Zelfs wanneer er geen dynamische aspecten aanwezig zijn, zullen problemen al snel te complex zijn, wanneer het aantal spelers dan wel het aantal actiemogelijkheden van de spelers toeneemt. Een oplossing hiervoor wordt gevonden

door nieuwe algoritmen ter berekening van speltheoretische evenwichten te ontwikkelen die expliciet rekening houden met de factor tijd en die goed implementeerbaar zijn op de computer. Bovendien dienen dergelijke algoritmen, in het gebruikelijke geval dat er meerdere evenwichten bestaan, een evenwicht met aantrekkelijke speltheoretische eigenschappen te selecteren.

De eerste klasse van spelen die in dit proefschrift behandeld wordt, is de klasse van statische spelen, de zogenaamde spelen in normale vorm. Voor deze klasse van spelen is een algoritme ontwikkeld dat in staat is een Nash evenwicht te berekenen. Ter oplossing van het probleem van multiplicitéit is ervoor gekozen om gebruik te maken van de 'linear tracing procedure'. De linear tracing procedure is geïntroduceerd door John Harsanyi en Reinhard Selten en wordt veelvuldig gebruikt in de door hen geopperde selectietheorie. Het is een wiskundige constructie die subjectieve, a priori verwachtingen transformeert in evenwichtsverwachtingen. Dit proefschrift bewijst dat de linear tracing procedure voor bijna alle spelen in normale vorm goed gedefinieerd is, een resultaat dat weliswaar eerder geformuleerd was, maar waaraan sommige experts twijfelden. Dit resultaat betekent dat het algoritme voor bijna alle spelen een evenwicht kan berekenen.

Voorts wordt er voor deze klasse van spelen een methode beschreven waarmee alle evenwichten berekend kunnen worden. Wederom berust de methode op een aanpassingsproces dat triviale oplossingen via paden verbindt met evenwichts-oplossingen. Het berekenen van alle evenwichten lijkt praktisch onuitvoerbaar door de forse toename van het aantal evenwichten bij toename van het aantal spelers dan wel het aantal actiemogelijkheden per speler. Daarvoor is het algoritme zodanig ontwikkeld dat tijdens zijn uitvoering steeds nieuwe evenwichten gevonden worden. Verder kan de rekentijd aanzienlijk worden verkort door gebruik te maken van parallelle computers.

Dynamische spelen met volledige informatie die van eindige duur zijn en waar spelers hun uitbetalingen ontvangen wanneer alle beslissingen genomen zijn, worden spelen in extensieve vorm genoemd. Voor deze klasse van spelen is het mogelijk het algoritme dat ontworpen is voor de spelen in normale vorm te gebruiken. Dit kan op twee manieren. De eerste manier is door het spel in extensieve vorm te herschrijven als een spel in normale vorm door de verschillende tijdstipmomenten waarop een speler een actie moet nemen als afzonderlijke spelers te beschouwen, maar met dezelfde uitbetaling. De tweede manier is om achteraan te beginnen en voor alle deelspelen de evenwichten te bepalen. Met behulp van achterwaartse inductie zal een evenwicht gevonden worden. Dit houdt wel in dat het algoritme herhaaldelijk gebruikt zal moeten worden.

Als laatste type niet-coöperatieve spelen komen de stochastische spelen aan bod, of preciezer, verdisconteerde stochastische spelen met oneindige tijdshorizon. In een stochastisch spel moeten spelers in iedere periode een beslissing nemen. Afhankelijk van deze beslissingen en van het toeval, komt een toestand in de volgende periode tot stand. Deze toestand is van invloed op de mogelijk te nemen beslissingen en de uitbetalingen in die periode. Om dit probleem met oneindige horizon nog analyseerbaar te houden, zullen kansen op toestandsovergangen condi-

tioneel op de huidige toestand en de in de huidige periode genomen acties, tijdsafhankelijk verondersteld worden. Dit heeft tot gevolg dat strategieën tijdsafhankelijk (stationair) gekozen kunnen worden. De bedoeling is om zogenaamde stationaire evenwichten te berekenen.

Aangezien we hier wederom met het probleem van multipliciteit te kampen hebben, wordt de selectie aangescherpt. Naast selectie op stationaire evenwichten wordt een uitbreiding op de linear tracing procedure gedefinieerd, de 'stochastic tracing procedure'. Aangezien er meerdere natuurlijke uitbreidingen mogelijk zijn, moet er een weloverwogen keuze gemaakt worden. Gegeven zekere subjectieve a priori stationaire verwachtingen, transformeert de stochastic tracing procedure deze verwachtingen in stationaire evenwichtsverwachtingen. Opnieuw wordt aangetoond dat er een pad gevormd wordt. Een bijkomstig resultaat is dat voor bijna ieder stochastisch spel het aantal stationaire evenwichten oneven is.

Alle onderzochte problemen hebben als overeenkomst dat er paden ontstaan. En wel: stuksgewijs gladde paden, beginnend bij een triviale oplossing en eindigend bij een evenwicht. In alle gevallen is het startpunt van zo'n pad vast te stellen. Indien we een pad vanuit het startpunt volgen komen we uit bij een evenwicht. Voor het volgen van paden zijn verschillende padvolgende methoden voorhanden. In dit proefschrift is voor de implementatie van de algoritmes een padvolgende methode gebruikt die professioneel geprogrammeerd is in FORTRAN. Het betreft hier het softwarepakket genaamd HOMPACK. Voor gebruik van dit pakket is het vereist dat het te volgen pad volledig glad is. Met behulp van een eenvoudige transformatie van variabelen is dit te bereiken. De numerieke prestaties van de aan numeriek onderzoek onderworpen algoritmen zijn uitvoerig beschreven.

Als proef op de som is het algoritme ter berekening van een stationair evenwicht voor stochastische spelen toegepast op een concreet probleem uit de economie. Het betreft een 'market entry-and-exit' model. In zo'n model is er op ieder moment een zeker aantal zittende bedrijven. De zittende bedrijven moeten een beslissing nemen over de hoeveelheid te produceren goederen en of ze het volgende tijdsmoment actief blijven of uittreden. Simultaan moeten potentiële toetreders beslissen of ze toetreden tot de markt of uit de markt blijven. Afhankelijk van de gekozen productiehoeveelheden krijgt ieder zittend bedrijf zijn uitbetaling. Potentiële toetreders betalen toetredingskosten in geval zij er voor kiezen toe te treden. De nieuwe marktsituatie, gegeven door het aantal zittende bedrijven, hangt af van het huidige aantal zittende bedrijven, de beslissingen omtrent uittreding genomen door de zittende bedrijven en de beslissingen omtrent toetreding genomen door de potentiële toetreders. Gegeven de nieuwe marktstructuur, die dan bij alle bedrijven bekend is, worden opnieuw beslissingen genomen. Van dit market entry-and-exit model worden stationaire evenwichten berekend voor verschillende uitbetalingsfuncties. Op basis hiervan is het mogelijk te onderzoeken hoe marktstructuren zich in de loop van de tijd ontwikkelen, alsmede wat de effecten zijn van potentiële concurrentie op prijzen en welvaart.

De situatie met twee bedrijven, afwezigheid van vaste kosten en toetredingskosten is in de-

tail onderzocht. Indien de vraagcurve linear is en de markt groot genoeg is om door de twee bedrijven bediend te worden, valt het te verwachten dat beide bedrijven permanent op de markt aanwezig zullen zijn. Het herhaalde Cournot evenwicht – resulterende in een situatie waar beide bedrijven altijd productief zijn en blijven – blijkt inderdaad te bestaan. Echter, na toepassing van het ontwikkelde algoritme ter berekening van een stationair evenwicht voor stochastische spelen, blijkt dat er nog een evenwicht bestaat; een evenwicht dat een altemnerend monopolie induceert. Op even perioden zal het ene bedrijf de markt dienen, op oneven perioden het andere. Het altemnerende monopolie staat bedrijven toe bi-periodiek de volle monopoliewinst te grijpen. Opmerkelijk is dat het altemnerende monopolie evenwicht voor beide bedrijven lucratiever is dan het herhaalde Cournot evenwicht. Dit impliceert dat de bedrijven sterke prikkels hebben om op dit evenwicht te coördineren. Dit opmerkelijke resultaat reflecteert nogmaals de potentie van numerieke methoden, namelijk dat ze nieuwe economische inzichten kunnen verschaffen.