

Information structures in non-cooperative games

Citation for published version (APA):

Perea y Monsuwe, A. (1997). *Information structures in non-cooperative games*. Unigraphic.
<https://doi.org/10.26481/dis.19970626ap>

Document status and date:

Published: 01/01/1997

DOI:

[10.26481/dis.19970626ap](https://doi.org/10.26481/dis.19970626ap)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Summary in Dutch

In dit proefschrift worden enkele eigenschappen van niet-coöperatieve spelen onderzocht. Een niet-coöperatief spel is een wiskundig hulpmiddel dat gebruikt wordt om situaties te analyseren waarbij individuen (of groepen) beslissingen moeten nemen zonder dat er bindende afspraken tussen de individuen (of groepen) mogelijk zijn. Deze individuen c.q. groepen worden *spelers* genoemd.

We behandelen in dit proefschrift drie klassen van niet-coöperatieve spelen, te weten *spelen in uitgebreide vorm*, *spelen in normale vorm* en *herhaalde spelen*. In een spel in uitgebreide vorm wordt het patroon, volgens welke de beslissingen moeten worden genomen, vastgelegd door een *boom*, bestaande uit knopen en kanten. Iedere knoop stelt een situatie voor waarin ofwel een speler een beslissing moet nemen, ofwel een toevallige gebeurtenis plaatsvindt waarop de spelers geen invloed kunnen uitoefenen. In het eerste geval worden de mogelijke beslissingen gerepresenteerd door de kanten die de knoop verlaten. Iedere kant (lees: beslissing) leidt weer tot een nieuwe knoop, enzovoort. Als een eindknoop bereikt wordt, dan betekent dit dat het spel is afgelopen. Elke speler krijgt dan een zogenaamde *uitbetaling*, welke geïnterpreteerd kan worden als de beloning voor deze speler als het spel de betreffende eindknoop bereikt.

In veel gevallen is een speler echter niet geheel op de hoogte van de beslissingen die door anderen in het verleden genomen zijn of de uitkomst van een toevallige gebeurtenis. Technisch gesproken betekent dit dat een speler niet precies weet in welke knoop hij zich bevindt. Dit gebrek aan informatie wordt als volgt gemodelleerd. De knopen waartussen een speler op voorhand geen onderscheid kan maken worden samengevoegd tot een zogenaamde *informatie-verzameling*. Als het spel een knoop in deze informatie-verzameling bereikt, dan weet de betreffende speler slechts dat hij zich in een der knopen van de informatie-verzameling bevindt. Hij weet echter niet in welke der knopen. Men veronderstelt dat de speler aan iedere knoop in de informatie-verzameling een bepaalde kans toekent. Deze kansen worden *beliefs* genoemd. Beliefs kunnen worden opgevat als de persoonlijke inschatting van de speler betreffende de waarschijnlijkheden waarmee de afzonderlijke knopen in een informatie-verzameling bereikt worden.

Het gedrag van een speler wordt beschreven door een *gedrags-strategie* die aan elk van zijn informatie-verzamelingen een kansverdeling over de mogelijke beslissingen toekent. Een combinatie bestaande uit gedrags-strategieën en beliefs noemt men een *assessment*.

Een van de belangrijkste oplossings-concepten voor spelen in uitgebreide vorm is het *sequentieel evenwicht*. Een assessment is een sequentieel evenwicht als het voldoet aan twee condities, te weten *sequentiele rationaliteit* en *consistentie*. De eerste conditie eist dat iedere speler op elk van zijn informatie-verzamelingen optimaal handelt, gegeven zijn beliefs. De tweede conditie is iets ingewikkelder te beschrijven maar eist, grof gezegd, dat de beliefs op een bepaalde manier moeten voortvloeien uit de gedrags-strategieën. Om consistentie exact te omschrijven wordt in de originele definitie gebruik gemaakt van rijen en limieten van assessments.

In Hoofdstuk 2 laten we zien dat consistentie ook op een andere manier beschreven kan worden, zonder gebruik te maken van rijen en limieten. Dit resultaat wordt gebruikt om een algoritme te ontwikkelen waarmee de verzameling der consistente assessments uitgerekend kan worden.

In Hoofdstuk 3 wordt onderzocht hoe consistentie gedefinieerd dient te worden in zogenaamde *oneindige signaling games*. Een signaling game is een spel in uitgebreide vorm dat gespeeld wordt door twee spelers. Aan het begin van het spel bepaalt een toevallige gebeurtenis (ook wel *zet van de natuur* genoemd) het *type* van speler 1. Speler 1 kan bijvoorbeeld sterk of zwak zijn. Vervolgens zendt speler 1 een *boodschap* uit, die door speler 2 gezien wordt. Speler 1 kan bijvoorbeeld bier of quiche als ontbijt kiezen. Speler 2 weet niet welk type speler 1 bezit, maar aan de hand van de geobserveerde boodschap zal speler 2 beliefs vormen over de mogelijke types van speler 1. Vervolgens zal speler 2 een *antwoord* geven, waarna het spel eindigt.

In een *oneindig* signaling game wordt verondersteld dat de types, boodschappen en antwoorden deel uitmaken van volledige, separebele metrische ruimtes, welke oneindig veel elementen kunnen bevatten (vandaar de term *oneindig*). Voor deze klasse van spelen bestond in de literatuur nog geen definitie van consistentie, omdat de oneindigheid van de ruimtes problemen veroorzaakt bij de convergentie van assessments. In Hoofdstuk 3 presenteren we een consistentie-definitie die we *sterke consistentie* noemen. Vervolgens tonen we aan dat iedere consistentie-definitie, die aan bepaalde minimale condities voldoet, een verfijning van sterke consistentie oplevert. Bovendien geven we een karakterisering van sterke consistentie in eenvoudige termen.

In de Hoofdstukken 4 en 5 breiden we het model van een spel in uitgebreide vorm uit tot een situatie waarin spelers informatie kunnen kopen van een monopolistische verkoper. Formeel betekent dit dat een speler bij elk van zijn informatie-verzamelingen een partitie kan kopen die de informatie-verzameling in disjuncte deelverzamelingen opdeelt. De verkoper zal de speler meedelen welke deelverzameling van de partitie bereikt wordt. Voordat het eigenlijke spel begint, kiest de verkoper een prijs voor iedere partitie die door hem wordt aangeboden. Deze prijzen worden door iedere speler geobserveerd.

Op deze manier ontstaat een nieuw, groter spel in uitgebreide vorm, waarin de verkoper een van de spelers is. De centrale vraag die we stellen is: Hoeveel geld kan de verkoper verdienen met het verkopen van informatie?

We beantwoorden deze vraag door te zoeken naar de hoogste uitbetaling die de verkoper kan verkrijgen in een sequentieel evenwicht van het nieuwe spel. Deze uitbetaling noemen we de *informatie-waarde*. Het nieuwe spel is geen eindig spel omdat de informatie-verkoper kan kiezen uit een continuum van prijs-vectoren. Daarom ligt het bestaan van een sequentieel evenwicht in dit spel niet voor de hand. We tonen echter aan dat zo'n sequentieel evenwicht altijd bestaat. Bovendien blijkt dat de uitbetaling voor de verkoper een maximum aanneemt op de verzameling der sequentiële evenwichten, hetgeen impliceert dat de informatie-waarde een goed gedefinieerd begrip is. Verder laten we zien dat de informatie-waarde stijgt indien de verkoper besluit de verzameling aangeboden partities uit te breiden. Het vervangen van een partitie door een fijnere partitie kan echter leiden tot een *daling* van de informatie-waarde. In ons model nemen we aan dat de partitie die door een speler gekocht wordt, niet geobserveerd wordt door de andere spelers. We noemen dit *private* informatie-transactie. Aan de hand van twee voorbeelden laten we zien dat het publiek maken van de informatie-transactie kan leiden tot een stijging of een daling van de informatie-waarde.

Tot nu toe hebben we aangenomen dat de verkoper alle prijzen kiest voordat het eigenlijke spel begint. Er zijn echter ook andere manieren waarop de verkoper de prijzen kan kiezen. In Hoofdstuk 5 bekijken we twee andere manieren en onderzoeken de consequenties hiervan voor de informatie-waarde.

Allereerst bestuderen we de situatie waarin de verkoper de prijs van een partitie kiest op het moment dat de bijbehorende informatie-verzameling bereikt wordt. Sequentiële rationaliteit dwingt de verkoper om slechts die prijzen te kiezen die, gegeven het gedrag van de spelers, optimaal zijn als deze informatie-verzameling bereikt wordt. Voor de verkoper is er daarom geen ruimte voor *commitment*. Vandaar dat we deze situatie de *no commitment case* noemen.

De situatie zoals beschreven in Hoofdstuk 4 noemen we de *standard case*. Tenslotte bekijken we de situatie waarin de verkoper met de spelers kan onderhandelen over de prijzen van de partities voordat het eigenlijke spel begint. Deze onderhandelingspositie geeft de verkoper maximale *commitment-power*. Deze situatie noemen we dan ook de *full commitment case*.

Als hoofddresultaat tonen we aan dat de informatie-waarde in de *no commitment case* altijd lager is dan de informatie-waarde in de *standard case*, welke op haar beurt altijd lager is dan in de *full commitment case*.

In Hoofdstuk 6 maken we de overstap naar *herhaalde spelen*. Een herhaald

spel is een situatie waarin een spel in normale vorm oneindig vaak gespeeld wordt. Met een *spel in normale vorm* bedoelen we een spel waarbij de spelers gelijktijdig een actie moeten kiezen. Het kan daarom opgevat worden als een bijzonder geval van een spel in uitgebreide vorm. In dit hoofdstuk concentreren we ons op herhaalde spelen met twee spelers waarbij de spelers na elke periode (tijdstip waarop het spel in normale vorm gespeeld wordt) een signaal krijgen betreffende de actie van de tegenstander. In het algemeen geeft zo'n signaal geen perfecte informatie over de actie die door de tegenstander gespeeld werd. Het mechanisme dat voor deze signalen zorgt noemen we een *informatie-mechanisme*. We breiden dit model uit tot een situatie waarbij beide spelers een informatie-mechanisme kunnen kopen voordat het herhaalde spel begint. Voor deze situatie geven we een karakterisering van de uitbetalingen welke gegenereerd worden door zogenaamde *lower equilibria*. Grof gesteld kan men zeggen dat lower equilibria een bepaald type Nash evenwichten voor herhaalde spelen vormen. Belangrijk is dat de karakterisering alleen gebruik maakt van het spel in normale vorm.

In Hoofdstuk 7 keren we terug naar spelen in uitgebreide vorm. We bestuderen de situatie waarin de informatie-verzamelingen van een speler verdeeld worden over zogenaamde *agenten*. Op deze manier wordt een nieuw spel verkregen waarin de agenten dezelfde uitbetalingen ontvangen als de speler waartoe ze oorspronkelijk behoorden. Zo'n opsplitsing van informatie-verzamelingen noemt men een *player splitting*. Worden de informatie-verzamelingen op een dusdanige manier verdeeld dat op elk pad in de boom hoogstens één agent van elke speler voorkomt, dan noemt men de player splitting *onafhankelijk*. We tonen aan dat de Nash evenwichten, (normale vorm) perfecte evenwichten en stabiele verzamelingen van een spel in uitgebreide vorm *niet* veranderen door een onafhankelijke player splitting. Een voorbeeld toont aan dat de propere evenwichten *wel* kunnen veranderen in zo'n geval. Bovendien laten we zien dat de klasse der onafhankelijke player splittings de grootste klasse van player splittings is waarbij de Nash evenwichten, perfecte evenwichten en stabiele evenwichten nooit veranderen.

Hoofdstuk 8 spitst zich toe op *consistentie* van niet-coöperatieve oplossingen. Om uit te leggen wat consistentie inhoudt, is het belangrijk om te weten wat een *gereduceerd spel* is. Neem een niet-coöperatief spel, kies een coalitie van spelers en selecteer voor iedere speler in deze coalitie een gemengde strategie (kansverdeling over zuivere strategieën). Het "kleinere" spel dat men verkrijgt door de spelers in deze coalitie vast te pinnen aan hun uitgekozen gemengde strategie noemt men een gereduceerd spel. Dit gereduceerde spel wordt gespeeld door spelers *buiten* de coalitie. Men noemt een oplossing *sterk consistent* als de oplossing van een gereduceerd spel steeds gelijk is aan de projectie van de oplossing van het originele spel. Het is bekend dat

er geen enkele sterk consistente, niet-lege verfijning van het Nash evenwicht bestaat behalve het Nash evenwicht zelf. We laten echter zien dat het perfecte evenwicht, het propere evenwicht, het zwak perfecte evenwicht en het sequentiële evenwicht (allen verfijningen van het Nash evenwicht) benaderd kunnen worden door een rij sterk consistente oplossingen. We noemen zulke oplossingen *limiet consistent*.

In Hoofdstuk 9, tenslotte, bekijken we spelen in normale vorm waarbij spelers hun acties kunnen coördineren. Voor deze coördinatie moeten echter kosten gemaakt worden. Binnen dit model introduceren we twee oplossingsconcepten, namelijk de *negative excess solution* en *minimal excess solutions*. De eerste oplossing selecteert de strategie-profielen waarbij geen enkele coalitie een reden heeft om af te wijken. Een nadeel van deze oplossing is echter dat een negative excess evenwicht niet altijd hoeft te bestaan. De tweede oplossing, daarentegen, is altijd niet-leeg en kiest de strategie-profielen waarbij de reden van coalities om af te wijken, minimaal is.