

A polyhedral approach to grouping problems

Citation for published version (APA):

Oosten, M. (1996). *A polyhedral approach to grouping problems*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Universiteit Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.19951208mo>

Document status and date:

Published: 01/01/1996

DOI:

[10.26481/dis.19951208mo](https://doi.org/10.26481/dis.19951208mo)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Samenvatting

Dit proefschrift gaat over een polyhedrale benadering van groeperingsproblemen. Het gebruik van polyhedrale technieken om geheeltallige problemen op te lossen is niet nieuw. Men kan de geheeltallige oplossingen interpreteren als punten in een ruimte. Wordt onder de oplossingen de beste gezocht met betrekking tot een lineaire doelstellingsfunctie, dan kan men het probleem als lineair programmeringsprobleem oplossen door te optimaliseren over het convex omhulsel van de oplossingen. Voor deze benadering heeft men een beschrijving nodig van het convex omhulsel (een polyhedron), in de vorm van lineaire ongelijkheden. Het bepalen van deze beschrijving is doorgaans niet eenvoudig. Een polyhedrale benadering van een probleem loont alleen wanneer het probleem vaak genoeg voorkomt.

Een specifiek groeperingsprobleem is meestal relatief zeldzaam. Wel zijn er grote verzamelingen groeperingsproblemen die veel op elkaar lijken. Het verschil tussen twee groeperingsproblemen zit hem vaak in enkele additionele beperkingen, waardoor de verzamelingen van toelaatbare oplossingen van de twee problemen bijna hetzelfde zijn, maar net niet helemaal. De beschrijving van de convex omhulsels lijken dan in de regel ook veel op elkaar. In het eerste gedeelte van dit proefschrift worden technieken om van deze gelijkenis gebruik te maken behandeld en aangescherpt. De laatste vier hoofdstukken hebben betrekking op de beschrijving van de convex omhulsels van twee bekende problemen, waarbij de eerder genoemde technieken worden gebruikt.

Naast een overzicht van het proefschrift wordt in Hoofdstuk 1 aan de hand van een eenvoudige instantie van een geheeltallig probleem gekenschetst hoe polyhedrale technieken kunnen worden toegepast om een dergelijk probleem op te lossen. Ook worden definities gegeven die voor dit proefschrift van belang zijn.

In Hoofdstuk 2 staat het verband tussen de dimensie van een polyhedron en de dimensie van de projectie van dat polyhedron centraal. Projectie is een techniek die kan worden gebruikt om op een verantwoorde manier beslissingsvariabelen uit een modelformulering te verwijderen. Deze techniek levert vaak veel ongelijkheden op, die echter lang niet allemaal nodig zijn voor de beschrijving van de projectie. Het antwoord op de vraag of een

ongelijkheid noodzakelijk is, hangt samen met de dimensie van het raakvlak van de projectie dat hoort bij de vergelijking.

In het daaropvolgende hoofdstuk komt een techniek ter sprake die kan worden gebruikt om beslissingsvariabelen toe te voegen aan een modelformulering. Deze techniek is gebaseerd op de constatering dat een raakvlak van een polyhedron zelf ook een polyhedron is. We laten zien hoe uit de beschrijving van een raakvlak de beschrijving van het polyhedron kan worden afgeleid.

Sommige ongelijkheden zijn van meer praktische waarde dan andere. In Hoofdstuk 4 bestuderen we een manier om ongelijkheden in dit opzicht met elkaar te vergelijken.

Vervolgens wordt in Hoofdstuk 5 een polytoop (een begrensde polyhedron) bestudeerd, waarvan het achterliggende probleem als volgt kan worden beschreven. Gegeven zijn een aantal steden. Als ik van de ene naar de andere stad ga, moet ik een bepaald bedrag betalen, of krijg ik een bepaald bedrag. Het bedrag blijft constant, en hangt dus niet af van de de andere steden die ik mogelijk heb bezocht. Nu zoek ik een cyclische route met maximale opbrengst. Dit probleem lijkt veel op het bekende handelsreizigersprobleem, maar er is een belangrijk verschil: ik hoef niet alle steden te bezoeken. Het handelsreizigersprobleem is veel bestudeerd, en er is veel bekend over het corresponderende polytoop. We maken daarvan gebruik door eerst aan het model van het handelsreizigersprobleem variabelen toe te voegen, en dan deze variabelen weer uit het model te projecteren.

In Hoofdstuk 6 worden modellen voor het cel formatie probleem met elkaar vergeleken. Dit probleem maakt deel uit van een productie strategie (*cellular manufacturing*) waarbij het productie systeem wordt gesplitst in productie cellen. Naast het bespreken van bestaande modellen, wordt een nieuw model gepresenteerd, waarbinnen een grote verscheidenheid aan additionele beperkingen en doelmatigheidscriteria tot uitdrukking gebracht kunnen worden.

Het convex omhulsel van de oplossingen van dit model heeft een aantal interessante eigenschappen, die in Hoofdstuk 7 worden aangetoond. In het laatste hoofdstuk wordt voor dit polytoop een techniek gepresenteerd om nieuwe ongelijkheden af te leiden door bekende ongelijkheden met elkaar te combineren.