

# Fair allocation and reallocation: an axiomatic study

## Citation for published version (APA):

Klaus, B. E. (1997). *Fair allocation and reallocation: an axiomatic study*. Universiteit Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.19980113bk>

## Document status and date:

Published: 01/01/1997

## DOI:

[10.26481/dis.19980113bk](https://doi.org/10.26481/dis.19980113bk)

## Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

## Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

## General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.umlib.nl/taverne-license](http://www.umlib.nl/taverne-license)

## Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[repository@maastrichtuniversity.nl](mailto:repository@maastrichtuniversity.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Summary in Dutch

## Eerlijke Verdeling en Herverdeling: Een Axiomatische Studie

In tal van economische en politieke situaties zijn de preferenties van de betrokken agenten privé-informatie. Afhankelijk van het gekozen beslissingsmechanisme, kunnen agenten een reden hebben om hun ware voorkeuren te verbergen, om zodoende een betere uitkomst te bewerkstelligen, mogelijk ten koste van anderen. Om dit soort gedrag te vermijden kunnen beslissingsmechanismen gekozen worden die "strategy-proof" oftewel niet-manipuleerbaar zijn. Dit houdt in dat geen enkele agent ooit een voordeel kan hebben van het opzettelijk foutief weergeven van zijn preferenties, ongeacht de preferenties die geuit worden door de overige agenten.

Het eerste fundamentele resultaat met betrekking tot niet-manipuleerbaarheid van Gibbard (1973) en Satterthwaite (1975) is dat, als alle preferenties toelaatbaar zijn, in essentie alleen dictatoriale mechanismen niet-manipuleerbaar kunnen zijn. Echter, niet-dictatoriale mechanismen kunnen wel degelijk niet-manipuleerbaar zijn als niet alle preferenties worden toegelaten. Een voorbeeld is de beperking tot de klasse van "single-peaked" preferenties: preferenties zijn single-peaked als alle mogelijke alternatieven op een dusdanige manier geordend kunnen worden, dat er voor iedere agent een uniek optimum is, de piek, en dat zijn voorkeur monotoon daalt in beide richtingen van de piek af.

### Verdeel Modellen

Gedurende een lange periode bleven alle bijdragen op het gebied van de analyse van niet-manipuleerbare mechanismen beperkt tot publieke goederen. In dit proefschrift beschouwen we een aantal modellen, waarin een oneindig deelbaar privaat goed verdeeld of herverdeeld wordt onder een aantal agenten. Niet-manipuleerbaarheid is daarbij een centraal thema. Maar we zijn ook geïnteresseerd in zaken als eerlijkheid ("fairness") en solidariteit, bijvoorbeeld "no-envy" of populatie-monotoniciteit. No-envy wil zeggen dat agenten nooit het aandeel van andere agenten prefereren boven hun eigen aandeel. Populatie-monotoniciteit houdt in dat indien er een nieuwe agent opduikt, alle andere agenten daar allemaal (zwak) beter, of allemaal (zwak) slechter van worden. In dit proefschrift betitelen we de analyse van mechanismen die voldoen aan eerlijkheid en andere "gewenste" eigenschappen als "fair allocation" oftewel eerlijke verdeling.

Ook de literatuur over niet-manipuleerbaarheid in economieën met private goederen begint met een onmogelijkheidsstelling. Voor ruileconomieën met twee agenten en twee goederen, toont Hurwicz (1972) aan dat er zelfs voor de beperkte klasse van "trans-

lated" Cobb-Douglas preferenties, in essentie geen verdeelmechanismen bestaan die niet-manipuleerbaar en Pareto optimaal zijn. Net als voor de publieke goederen houdt dit resultaat niet stand voor sommige andere klassen van preferenties, zoals de klasse van single-peaked preferenties. Een typisch voorbeeld is het verdelen van twee goederen in een ruileconomie waarin vraag en aanbod niet in evenwicht zijn (zie Benassy, 1982). In deze context van niet-manipuleerbare ruil beschrijft Benassy (1982) wat nu bekend staat als de uniforme regel. Deze regel verdeelt het totaal over de agenten zo "gelijk mogelijk", door de pieken van de agenten als bovengrenzen te nemen in geval van een tekort en als ondergrenzen in geval van een overschot. De uniforme regel kan ook toegepast worden voor het verdelen van een "social endowment" van een oneindig deelbaar goed over een groep van agenten met single-peaked preferenties, bijvoorbeeld de onderwijslast van een vakgroep over zijn docenten.

Het blijkt dat de uniforme regel aan tal van gewenste eigenschappen voldoet, zoals Pareto optimaliteit en niet-manipuleerbaarheid. Bovendien is het de enige regel die voldoet aan deze eigenschappen en no-envy of anonimiteit (zie Sprumont 1991). Tevens voldoet de uniforme regel aan eigenschappen als consistentie, solidariteit, en monotoniteit (zie bijvoorbeeld Thomson 1997b). Een conclusie van dit onderzoek is dat de uniforme regel nu geaccepteerd is als de belangrijkste regel voor problemen waarbij een eerlijke verdeling gewenst is en waarbij de preferenties single-peaked zijn.

## HOOFDSTUK 2: Eerlijke Verdeling en Single-Peakedness

In Hoofdstuk 2, geven we een overzicht van de meest belangrijke resultaten met betrekking tot de uniforme verdeelregel. Ook geven we antwoorden op twee open vragen gesteld door William Thomson in verband met twee karakterisering van de uniforme regel (Thomson 1995a, 1997a): door middel van een voorbeeld geven we een positief antwoord op de vraag of "replication-invariance" in deze karakterisering onafhankelijk is van de andere eigenschappen.

Na Hoofdstuk 2 vervolgen we met twee varianten het "klassieke" verdelingsmodel met single-peaked preferenties. In de eerste variant beschouwen we het probleem van eerlijke verdeling voor een klasse van preferenties die omschreven kan worden als "omgekeerd single-peaked", namelijk "single-dipped" preferenties. Preferenties zijn single-dipped als alle mogelijke alternatieven op een dusdanige manier geordend kunnen worden, dat er voor iedere agent een uniek minst geprefereerd punt is, de "dip", en dat zijn voorkeur monotoon stijgt in beide richtingen van de dip af. In de tweede variant gaat het om een verdelingsmodel met single-peaked preferenties, waarbij we aannemen dat een sociaal goed herverdeeld moet worden, in plaats van verdeeld.

## HOOFDSTUK 3: Eerlijke Verdeling en Single-Dippedness

Beschouw het verdelen van twee soorten werk met negatieve kruiseffecten, bijvoorbeeld onderwijzen en besturen aan een universiteit: combinaties van beide soorten werk zijn mogelijk minder geprefereerd dan werk van alleen één soort. Zo'n situatie kan geformaliseerd worden als een verdeelprobleem met single-dipped preferenties. Een ander voorbeeld is een twee-goederen ruileconomie met vaste prijzen en strikt quasi-convexe nutsfuncties, welke single-dipped preferenties geven op de budgetlijnen.

De aanname dat preferenties single-dipped in plaats van single-peaked zijn, blijkt bij

problemen van eerlijke verdeling een belangrijke rol te spelen. Het blijkt namelijk dat één van de belangrijkste eigenschappen, namelijk Pareto optimaliteit, nooit samengaat met eigenschappen van eerlijkheid, zoals anonimiteit en no-envy. Bovendien blijkt dat het totale goed aan één enkele agent toegewezen moet worden om te voldoen aan de eigenschappen Pareto optimaliteit, niet-manipuleerbaarheid, aangevuld met of consistentie of een solidariteit eigenschap (of populatie-monotoniciteit of "replacement-dominance"). Tevens geven we een volledige karakterisering van alle verdeelregels die voldoen aan de bovenstaande combinaties van eigenschappen. Het is opmerkelijk dat de karakterisering ook voor verdeelproblemen met een ondeelbaar goed geldig zijn.

#### **HOOFDSTUKKEN 4 en 5: Eerlijke Hervreiding en Single-Peakedness**

In economische situaties zoals de eerder genoemde ruileconomie ontstaan individuele bezittingen op een natuurlijke wijze. Daarom is een logische uitbreiding van het model van eerlijke verdeling met single-peaked preferenties, de introductie van individuele bezittingen. Een andere interpretatie van deze uitbreiding wordt gegeven in Barberà, Jackson, en Neme (1997). Zij beginnen vanuit het oorspronkelijke verdelingsmodel met single-peaked preferenties en laten anonimiteit buiten beschouwing door het introduceren van rechten van agenten en rangordes van agenten, bijvoorbeeld in investeringssituaties.

Net als voor het oorspronkelijke model van eerlijke verdeling, zijn we geïnteresseerd in een axiomatische analyse van eerlijke hervreiding en in het bijzonder in een uitbreiding van de uniforme regel naar het hervreidingsmodel: de uniforme hervreideelregel. Net als de uniforme verdeelregel voldoet de uniforme hervreideelregel aan gewenste eigenschappen zoals Pareto optimaliteit, niet-manipuleerbaarheid, en no-envy in termen van de netto veranderingen van de bezittingen. In Hoofdstukken 4 en 5 geven we antwoord op de vraag in hoeverre de resultaten verkregen voor het verdelingsmodel gegeneraliseerd kunnen worden naar het hervreidingsmodel. In Hoofdstuk 4 introduceren en verkennen we het hervreidingsmodel en eigenschappen voor hervreideelregels. Bovendien leiden we enkele karakterisering af voor de uniforme hervreideelregel en gaan we in op de overeenkomsten en de verschillen met verwante verdeelresultaten. In Hoofdstuk 5, tenslotte, bekijken we de gevoeligheid van deze resultaten voor variaties van de model parameters. We laten bijvoorbeeld zien dat de meeste resultaten geldig blijven wanneer we toestaan dat agenten schulden hebben.