

# Financial market volatility : statistical models and empirical analysis

Citation for published version (APA):

Mahieu, R. J. (1995). *Financial market volatility : statistical models and empirical analysis*. [Doctoral Thesis, Maastricht University]. Datawyse / Universitaire Pers Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.19951124rm>

## Document status and date:

Published: 01/01/1995

## DOI:

[10.26481/dis.19951124rm](https://doi.org/10.26481/dis.19951124rm)

## Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

## Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

## General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

[www.umlib.nl/taverne-license](http://www.umlib.nl/taverne-license)

## Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

[repository@maastrichtuniversity.nl](mailto:repository@maastrichtuniversity.nl)

providing details and we will investigate your claim.

# Nederlandse samenvatting

Volatiliteit is een belangrijk begrip in de financiële economie. Het is nauw verbonden met het risico dat op financiële titels gelopen wordt. Om goede investeringsbeslissingen te kunnen nemen is het dus belangrijk om volatiliteit te meten. Bijvoorbeeld bij het samenstellen van een beleggingsportefeuille zal een belegger een afweging moeten maken tussen de verwachte opbrengst en de mate van risico. Een belegger zal zijn portefeuillesamenstelling willen veranderen als gevolg van veranderende marktomstandigheden. In dat geval zou hij een model kunnen gebruiken dat beschrijft hoe het verwacht rendement en de volatiliteit door de tijd veranderen. In andere gevallen heeft een belegger een voorspelling nodig voor de toekomstige volatiliteit. Dit is bijvoorbeeld het geval wanneer een belegger de waarde van een optie wenst te bepalen. Om de voorspelling te kunnen doen, zou hij gebruik kunnen maken van een model voor volatiliteit. Modellen voor volatiliteit kunnen ook van groot nut zijn bij het bepalen van strategieën om (gedeelten van) het risico op een beleggingsportefeuille af te dekken. In dit proefschrift hebben wij verschillende manieren onderzocht om volatiliteit te modelleren. In de empirische financiële literatuur is een groot aantal modellen voorgesteld. Wij hebben ons geconcentreerd op een aantal van deze modellen. Het accent bij de analyse van de door ons gekozen modellen ligt op de empirische toetsing.

Volatiliteit krijgt pas een praktische betekenis als wij in staat zijn om het te meten. In hoofdstuk 2 presenteren wij een algemeen raamwerk voor het modelleren van volatiliteit. Dit raamwerk is gebaseerd op de meetbaarheid van stochastische processen. Wij hebben een informatiestructuur gespecificeerd op basis waarvan elk volatiliteitsproces geïdentificeerd kan worden. Twee populaire klassen van volatiliteitsmodellen die in de literatuur zijn voorgesteld zijn de AutoRegressieve Conditionele Heteroskasticiteit (ARCH) modellen en de Stochastische Volatiliteit (SV) modellen. ARCH modellen worden gekarakteriseerd door het feit dat het volatiliteitsproces dat ze beschrijven gestuurd wordt door informatie uit het verleden. De informatieverzameling waarop SV modellen zijn gebaseerd bevat naast informatie uit het verleden ook informatie omtrent huidige stochastische processen. SV modellen hebben een lange historie in de theoretische financiering. Modellen in continue

tijd, die het gedrag van bijvoorbeeld, financiële titels of portefeuille selectie beschrijven, bevatten allemaal een contemporaine stochastische component. Wij kunnen een model in continue tijd discreet maken door de tijdsas in discrete stukken te verdelen. Het blijkt dan dat een SV model een natuurlijke kandidaat is om het volatiliteitsproces te beschrijven. Er bestaan ook ARCH modellen die een exacte discrete tijdsbenadering zijn voor financiële processen in continue tijd.

Het schatten van volatiliteitsprocessen is een belangrijk onderzoeksterrein binnen de empirische financiering. Het blijkt dat het schatten van SV modellen gecompliceerder is dan het schatten van ARCH modellen. Omdat de informatieverzameling van ARCH modellen slechts informatie uit het verleden bevat, kan de methode van Maximale Aannemelijkheid (MA) eenvoudig worden toegepast. Het volatiliteitsproces in een SV model is latent, en dientengevolge kan MA niet worden gebruikt. In hoofdstuk 3 hebben wij een aantal schattingstechnieken voor SV modellen besproken en toegepast. De analytische vorm van het schattingsprobleem voor een SV model wordt gekarakteriseerd door een multidimensionale integraal. De totale dimensie is gelijk aan het aantal waarnemingen in de steekproef. In de toepassingen die wij in dit hoofdstuk presenteren hebben wij gekozen voor een schattingstechniek die het volatiliteitsmodel transformeert naar een conditionele lineaire en Gaussische toestands-ruimte vorm. Met behulp van het Kalman filter kunnen schattingen voor de onderliggende volatiliteit bepaald worden. De vorm van de meetfout in de meetvergelijking van de toestands-ruimte wordt bepaald door een *mixture* van normale verdelingen. Het gemiddelde en de variantie van elke *mixture* zijn vrije parameters. Schattingen van de hyperparameters in het model zijn bepaald met behulp van simulatiemethoden gebaseerd op een Gibbs algoritme. Wij hebben deze schattingstechniek toegepast zowel in een klassieke context met een gesimuleerd EM algoritme als in een Bayesiaanse context. Ter illustratie van beide technieken hebben wij ze gebruikt in een analyse naar de vorm van wisselkoersnieuws. De wisselkoersreeksen die wij gebruikt hebben zijn gebaseerd op 4 valuta's: Amerikaanse dollar, japanse yen, duitse mark en engelse pond. De waarnemingen zijn verzameld op wekelijkse basis en beslaan de periode van 1973 tot 1994. De geschatte volatiliteitsprocessen verschillen aanzienlijk wanneer een andere schattingsmethodiek gebruikt wordt. Voor SV modellen kan een spreidingsmaatstaf voor de volatiliteiten uitgerekend worden. Bij berekening blijkt dat de standaarddeviaties op de volatiliteit aanzienlijk zijn. Dit wordt gedeeltelijk veroorzaakt door de lage signaal-ruis verhouding in de SV modellen. De resultaten impliceren dat voorzichtigheid moet worden betracht bij het gebruik van volatiliteit in beslissingsprocessen, bijvoorbeeld in het waarderen van optiecontracten.

De diagnostische toetsen van de univariate SV modellen in hoofdstuk 3 toonden aan dat het univariate SV model met een AR(1) structuur voor de volatiliteit waarschijnlijk lijdt aan misspecificatie. Verder blijkt dat er sprake is van significante verbanden tussen de verschil-

lende volatiliteitsreeksen onderling. Dit motiveert het ontwikkelen van een multivariaat model voor wisselkoersvolatiliteit in hoofdstuk 4. De modellen die tot nu toe zijn gepresenteerd in de literatuur zijn ontwikkeld voor het beschrijven van een wisselkoerssysteem met één enkele valuta als numeraire. Als de numeraire valuta verandert, verandert de vorm (en de interpretatie) van het model. Wij ontwikkelen een nieuw model, dat onafhankelijk is van de valuta, die als numeraire fungeert. Hiertoe veronderstellen wij dat nieuws in wisselkoersen verdeeld kan worden over de verschillende afzonderlijke valuta's. Met andere woorden, wij maken gebruik van een factorstructuur voor een systeem van wisselkoersen waarin de factoren gelijkgesteld worden aan het nieuws dat slechts aan één bepaalde valuta gerelateerd is. In een analyse waarin wij de steekproef opdelen in verschillende perioden blijkt dat de varianties van de nieuwscomponenten in de tijd veranderen. Dientengevolge hebben wij een multivariaat SV model ontwikkeld waarin de factorstructuur voor wisselkoersen behouden blijft. Als gevolg van het gebruik van de factorstructuur heeft het model veel minder parameters nodig dan het geval zou zijn geweest in multivariate ARCH modellen uit de literatuur. Na schatting van ons model vinden wij dat er inderdaad bewijs kan worden gevonden voor de stelling dat de volatiliteiten van de vier belangrijkste valuta's invloed op elkaar kunnen uitoefenen. De volatiliteit in de Amerikaanse dollar wordt snel verwerkt in de volatiliteit van de andere valuta's. Dit is in tegenstelling met de andere valuta's voor welke deze snelheid veel lager is. De Duitse mark blijkt de meest stabiele valuta te zijn geweest over de laatste 20 jaar. Als laatste hebben wij in dit hoofdstuk gekeken naar de implicaties van ons wisselkoerssysteem op risico premies. Wij vinden dat de geschatte risico premies groter zijn dan eerder werd gerapporteerd in de literatuur. Dit wordt voor een belangrijk deel verklaard door de schattingsfout op de volatiliteitsreeksen.

Zowel ARCH als SV modellen zijn statistische modellen. Er is nog geen geschikte economische theorie voorhanden die het bestaan van dit soort modellen rechtvaardigt. Echter, op empirische grond zijn beide modellen redelijk succesvol in het beschrijven van financiële tijdreeksen. Een populaire theorie voor het bestaan van volatiliteit op financiële markten is de zogenaamde *Mixture of Distributions* theorie. Het stochastische proces van een financiële titel wordt gestuurd door een onderliggend proces dat op zijn beurt weer gestuurd wordt door informatie impulsen. Een variabele die vaak in verband wordt gebracht met deze informatie is de verhandelde hoeveelheid van de desbetreffende financiële titel. In hoofdstuk 5 presenteren wij enkele empirische analyses naar het verband tussen handelsvolume en volatiliteit. Wij maken voornamelijk gebruik van het SV model. Een belangrijke veronderstelling die wij maken is dat het handelsvolume en de volatiliteit op hetzelfde tijdstip bepaald worden. Dit impliceert dat het handelsvolume als een schaalfactor voor de volatiliteit gezien kan worden. Omgekeerd kan volatiliteit een schaalfactor voor het handelsvolume zijn. De schattingsresultaten bevestigen dat het handelsvolume een significante schaalfactor is. De data die wij in de analyse gebruiken bestaat uit dagelijkse

rendementen en handelsvolumes van een vijftal Amerikaanse aandelen en de Standard & Poors 500 aandelenindex. De steekproefperiode beslaat de periode van januari 1967 tot en met december 1987. In de empirische literatuur met betrekking tot het beschrijven van aandelenrendementen is vrij veel aandacht besteed aan het bestaan van een hefboomeffect tussen rendementen en volatiliteit. Positieve en negatieve innovaties kunnen een afwijkend gevolg hebben voor de volatiliteit. Wij onderzoeken of er aanwijzingen bestaan voor het hefboomeffect in onze steekproef. Wij vinden dat voor de index er inderdaad sprake is van een significant hefboomeffect, maar voor de individuele aandelen is het niet duidelijk. Het blijkt dat het hefboomeffect voornamelijk wordt veroorzaakt door een aantal extreme waarnemingen in de steekproef. In de SV modellen hebben wij de mogelijkheid opengelaten voor een correlatie tussen de storingstermen in de toestands-ruimte formulering. Het blijkt dat het toelaten van het hefboomeffect niet veel invloed heeft op de relatie tussen handelsvolume en volatiliteit.

In hoofdstuk 6 en hoofdstuk 7 hebben wij twee belangrijke onderwerpen in de internationale financiering onderzocht. In hoofdstuk 6 hebben wij gekeken naar het afdekken van wisselkoersrisico in een internationale portefeuille. Hoofdstuk 7 behandelt het spreiden van vermogen met behulp van een internationale versie van de *Arbitrage Pricing Theory* (APT). Het afdekken van wisselkoersrisico heeft grote aandacht gekregen in de literatuur. Veel minder aandacht krijgen strategieën die expliciet rekening houden met de empirisch gevonden onconditionele leptokurtosis ("dikke staarten") in financiële tijdreeksen. Wij ontwikkelen een model waarin een belegger zijn verwachte nut maximaliseert. De keuzevariabele in dit probleem is een ratio die aangeeft hoeveel wisselkoersrisico de belegger wenst af te dekken. Deze ratio wordt de *hedge* ratio genoemd en is gedefinieerd als het percentage van de uitstaande buitenlandse investering dat afgedekt wordt met behulp van termijncontracten. Van belang voor het bepalen van de *hedge* ratio is het rendement op een portefeuille die in ons geval bestaat uit beleggingen in een binnenlandse en een buitenlandse aandelenindex. Deze portefeuille wordt aangevuld met een aantal termijncontracten. In dit hoofdstuk beschouwen wij de keuze omtrent de fractie die een belegger wenst te beleggen in het buitenland als gegeven. De belegger dient nu het verwachte nut van de totale portefeuille te maximaliseren door een geschikte *hedge* ratio te kiezen. De resulterende ratio is een functie van de momenten van de onderliggende verdeling van de rendementen op de wisselkoers, de aandelenindices en het rentevershil. Wij vatten de gezamenlijke verdeling van deze rendementen samen door direct een verdeling te specificeren voor het rendement op de gehele portefeuille. Voor deze verdeling kiezen wij een Student *t* verdeling. Deze verdeling heeft dikkere staarten dan de normale verdeling. Voor een reeks van *hedge* ratio's kunnen nu de parameters van de Student *t* geschat worden en vervolgens kan het verwachte nut uitgerekend worden. De dikstaartigheid die wij vinden in de data heeft slechts invloed op de optimale *hedge* ratios wanneer wij de nutsfunctie zodanig aanpassen dat er (negatief)

nut wordt toegekend aan de leptokurtosis.

Een goed model voor het waarderen van beleggingsobjecten in een internationale omgeving moet voldoen aan de eis dat de implicaties niet veranderen als de valuta waarin de rendementen uitgedrukt worden, verandert. Als aan deze eis niet voldaan is, kunnen beleggers risicoloze winsten behalen door de numeraire valuta te veranderen. Het Internationale APT (IAPT) is het meest onderzochte model in de literatuur. Om de invariantie ten opzichte van de numeraire valuta te waarborgen zijn echter sterke aannames nodig. Wij laten zien dat een IAPT model geconstrueerd kan worden waarin deze restricties overbodig blijken. Het model is gebaseerd op het feit dat factoren in een factor model, zoals het IAPT, kunnen worden benaderd door een principale componenten analyse. Doordat de covariantiestructuur behouden blijft in een principale componenten analyse, is het mogelijk om een zodanige rotatie van de factoren te verkrijgen dat deze onafhankelijk worden van de valuta waarin de wisselkoersen worden uitgedrukt.

Dit proefschrift heeft een aantal nieuwe inzichten gegeven omtrent het modelleren van volatiliteit. Volatiliteit blijkt moeilijk te meten, zowel vanuit een statistisch als ook vanuit een empirisch oogpunt. Resultaten met een stochastisch volatiliteitsmodel laten zien dat de signaal-ruis ratio laag is. Verder blijkt dat geschatte volatiliteitsprocessen hoge standaarddeviaties hebben. De oorsprong van volatiliteit in financiële markten is allerm minst duidelijk. Behalve het perfectioneren van statistische methoden om volatiliteit te meten, is het ook belangrijk om de factoren die volatiliteit veroorzaken te onderzoeken. Eén manier om dat te doen is het analyseren van microstructuren van financiële markten. Het recentelijk beschikbaar komen van data met zeer hoge frequentie kan een belangrijke impuls geven aan het empirische onderzoek. Een andere manier om de oorsprong van volatiliteit te onderzoeken is om gebruik te maken van experimentele markten. Het voordeel is dat bepaalde marktsituaties gecontroleerd kunnen worden door de onderzoeker. De toekomst zal moeten uitwijzen of deze methoden succesvol zullen zijn.