

Pricing in Networks

Citation for published version (APA):

van der Kraaij, A. F. (2004). *Pricing in Networks*. Datawyse / Universitaire Pers Maastricht. <https://doi.org/10.26481/dis.20041112ak>

Document status and date:

Published: 01/01/2004

DOI:

[10.26481/dis.20041112ak](https://doi.org/10.26481/dis.20041112ak)

Document Version:

Publisher's PDF, also known as Version of record

Please check the document version of this publication:

- A submitted manuscript is the version of the article upon submission and before peer-review. There can be important differences between the submitted version and the official published version of record. People interested in the research are advised to contact the author for the final version of the publication, or visit the DOI to the publisher's website.
- The final author version and the galley proof are versions of the publication after peer review.
- The final published version features the final layout of the paper including the volume, issue and page numbers.

[Link to publication](#)

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal.

If the publication is distributed under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license above, please follow below link for the End User Agreement:

www.umlib.nl/taverne-license

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at:

repository@maastrichtuniversity.nl

providing details and we will investigate your claim.

Chapter 7

Summary and Concluding Remarks

In Chapter 1 and Chapter 2 we introduce the network tariffication problem (NTP). A remodeling of the network is proposed which tries to focus on the combinatorial structure of the problem: the shortest path graph model (SPGM). Besides providing additional insight into the network tariffication problem, the shortest path graph model is used in later chapters to solve the network tariffication problem to optimality. The shortest path graph model prompted a patent application by France Télécom, which was granted by the *Institut National de la Propriété Industrielle* in Paris, France on August 15th, 2003 (see [9]) and by the *World Intellectual Property Organization* on August 21st, 2003 (see [8]).

The complexity of the network tariffication problem is studied in Chapter 3. The network tariffication problem is shown to be \mathcal{NP} -hard, using a proof by Roch et al. [53]. We show that two special cases of the network tariffication problem, the river tariffication problem and the all-service network tariffication problem, remain \mathcal{NP} -hard. We identify several new polynomially solvable special cases. One of the new special cases introduced is the bounded arcs linear tariffication problem. For this special case, we are dealing with a linear pricing strategy on the tariff arcs, where the number of tariff arcs is bounded a priori. Another important special case is the parametric tariffication problem, where the pricing strategy on the tariff arcs is dependent on a single parameterized tariff only. Parametric tariffication itself has an interesting special case, uniform tariffication. As shown in Chapter 4, a chapter dedicated to approximation results, uniform tariffication allows for a $|T|$ -approximation algorithm for the river tariffication problem with a linear pricing strategy on the tariff arcs, where $|T|$ is the number of tariff arcs in the network. Whenever the costs on the fixed cost arcs in the network are polynomially bounded in terms of $|T|$, we can improve this bound and show that uniform tariffication provides an $\mathcal{O}(\log(|T|))$ -approximation. In Chapter 4, we show that the all-service network tariffication problem is inapproximable with $\mathcal{O}(|T|^{1-\varepsilon})$ and with $\mathcal{O}(|K|^{1/2-\varepsilon})$, unless $\mathcal{ZPP} = \mathcal{NP}$.

An interesting avenue for further research would be to extend the class of polynomially solvable cases even further. One special case which could be interesting and extends the research presented is to bound the number of commodities a priori. Furthermore, the complexity of the network tariffication problem with a non linear pricing strategy and multiple tariff arcs, where the number of tariff arcs is upper bounded a priori is unknown. It remains open at this point if there exists a better approximation result for the river tariffication problem or if we can extend our result to the network tariffication problem with multiple clients. It is furthermore unknown at this point if the network tariffication problem is inapproximable without the all-service assumption.

In Chapter 5 we consider exact methods for the optimization of the network tariffication problem for a linear pricing strategy on the tariff arcs. To this end, several mixed integer programming (MIP) formulations and a branch and bound algorithm are proposed. Although, as shown in Chapter 2, the upper bound on the number of undominated paths can be reached for artificial instances, the numerical results show the strength of the shortest path graph model for the instances tested: On average only a small number of relevant (undominated) paths are generated by the shortest path graph model. The strength of the shortest path graph model is furthermore shown by an existing arc formulation of the problem that benefits from the remodeling of the network. The MIP formulations and the branch and bound algorithm proposed in Chapter 5 are generalized for all pricing strategies studied in Chapter 6. The impact of each pricing strategy on the revenue for the leader and the consequences for the clients is investigated, using the numerical results on a set of real life instances.

It is shown in Chapter 5 and Chapter 6 that the shortest path graph model is very helpful in remodeling the network and that formulations based on this remodeled network are very efficient. As a possible future extension, the paths generated by the shortest path graph model could be used in other models based on a path formulation of the network tariffication problem. Recently, Didi et al. [26] have proposed a new MIP formulation using path variables and a new MIP formulation using a combination of arc and path variables for the network tariffication problem with linear pricing strategies. These new formulations have not been implemented and tested, but it would be interesting to see how they compare to the path formulation proposed. Another extension would be to consider the network tariffication problem with capacities on the arcs. Finally, the optimization of the size and number of linear pieces in a pricing strategy could be an interesting avenue for further research.

Samenvatting

In hoofdstuk 1 en 2 van dit proefschrift introduceren we een prijsbepalingsprobleem, het zogenaamde *network tariffication problem*. Voor dit prijsbepalingsprobleem is een netwerk gegeven met daarin een aantal kanten waarvoor de prijs al bekend is en een aantal kanten waarvoor dit niet het geval is. De prijs op deze laatstgenoemde kanten, de tariefkanten, moet nog nader bepaald worden. Klanten in het netwerk willen hun data van één punt in het netwerk naar een ander punt krijgen, tegen de goedkoopst mogelijke prijs. De prijzen op de tariefkanten worden door de aanbieder van capaciteit in het netwerk echter op de winstmaximaliserende prijs gezet.

Een hermodellering van het netwerk wordt besproken, welke zich beperkt tot de combinatorische structuur van het probleem: het *shortest path graph model*. Naast het geven van meer inzicht in de structuur van het netwerk, wordt deze hermodellering in latere hoofdstukken gebruikt om het prijsbepalingsprobleem optimaal op te lossen. France Télécom deed een patentaanvraag voor deze hermodellering, welke door het *Institut National de la Propriété Industrielle* in Parijs, Frankrijk, werd toegekend op 15 augustus 2003 (zie [9]) en door de *World Intellectual Property Organization* op 21 augustus 2003 (zie [8]).

De complexiteit van het prijsbepalingsprobleem wordt geanalyseerd in hoofdstuk 3. Aan de hand van het bewijs van Roch et al. [53] wordt aangetoond dat het probleem \mathcal{NP} -moeilijk is. We bewijzen dat twee speciale gevallen van het probleem \mathcal{NP} -moeilijk blijven en bespreken verschillende nieuwe polynomiaal oplosbare problemen. Een van de speciale gevallen die polynomiaal oplosbaar zijn, is het prijsbepalingsprobleem met een lineaire prijsstrategie op de tariefkanten waarvoor het aantal tariefkanten in het netwerk begrensd is. Een ander speciaal geval is het prijsbepalingsprobleem met een parametrische prijsstrategie op de tariefkanten.

In hoofdstuk 4, een hoofdstuk gewijd aan approximatiere resultaten, wordt besproken dat uniforme prijsbepaling een $|T|$ -benaderingsalgoritme levert voor het speciale geval van het prijsbepalingsprobleem waar de tariefkanten zich in een snede bevinden (het aantal tariefkanten is gelijk aan $|T|$). Wanneer de kosten op de vaste kosten kanten in het netwerk polynomiaal begrensd zijn in $|T|$, kunnen we het algoritme verbeteren tot een $\mathcal{O}(\log(|T|))$ -benaderingsalgoritme. In hoofdstuk 4 wordt verder bewezen dat wanneer alle klanten in het netwerk bediend moeten worden (het aantal klanten is gelijk aan $|K|$), het prijsbepalingsprobleem niet benaderbaar is met $\mathcal{O}(|T|^{1-\epsilon})$ of met $\mathcal{O}(|K|^{1/2-\epsilon})$, tenzij $\mathcal{ZPP} = \mathcal{NP}$.

De complexiteit van het prijsbepalingsprobleem met een niet-lineaire prijsstrategie en meerdere tariefkanten, waarbij het aantal tariefkanten begrensd is, is op dit moment onbekend. Het is verder op dit moment nog onbekend of er betere benaderingsalgoritmen zijn voor het speciale geval van het prijsbepalingsprobleem waar de tariefkanten zich in een snede bevinden en of we de resultaten voor dit speciale geval kunnen overbrengen naar het prijsbepalingsprobleem met meerdere klanten. Verder is het op dit moment nog onbekend of het prijsbepalingsprobleem niet te benaderen is wanneer niet alle klanten bediend hoeven te worden.

In hoofdstuk 5 bespreken we exacte oplossingsmethoden voor het prijsbepalingsprobleem met een lineaire prijsstrategie op de tariefkanten. Hoewel, zoals in hoofdstuk 2 besproken, de bovengrens op het aantal ongedomineerde paden van een klant gehaald kan worden voor kunstmatige instanties, laten de rekenresultaten de kracht van de hermodellering van het netwerk zien op de geteste instanties: over het algemeen wordt maar een klein aantal ongedomineerde paden gegenereerd aan de hand van de hermodellering. In hoofdstuk 6 worden de exacte oplossingsmethoden van hoofdstuk 5 gegeneraliseerd naar alle prijsstrategieën. Het gevolg van het gebruik van elke prijsstrategie op de opbrengst voor de aanbieder van capaciteit in het netwerk en op de kosten voor de klanten wordt onderzocht, aan de hand van een aantal instanties van France Télécom.

Hoofdstuk 5 en hoofdstuk 6 laten zien dat de hermodellering van het netwerk goede resultaten levert en dat formuleringen, gebaseerd op deze hermodellering erg efficiënt zijn. In verder onderzoek zou deze hermodellering kunnen worden toegepast op andere formuleringen van het prijsbepalingsprobleem. In recentelijk onderzoek van Didi et al. [26] wordt een aantal nieuwe formuleringen hiervoor besproken. Deze formuleringen werden niet geïmplementeerd en getest, maar het zou interessant zijn om ze te vergelijken met de huidige oplossingsmethoden. Toekomstig onderzoek zou zich kunnen richten op het prijsbepalingsprobleem met capaciteiten op de kanten in het netwerk of op de optimalisatie van de grootte van de lineaire stukken en van het aantal lineaire stukken in een prijsstrategie.